

*Segunda edición*

# PROGRAMACIÓN LINEAL APLICADA

Humberto Guerrero Salas

ECO  
EDICIONES



Mora García, Luis Aníbal, 1963-

Programación lineal aplicada / Humberto Guerrero Salas. -- 2a. ed. -- Bogotá : Ecoe Ediciones, 2017.

347 p. -- (Ingeniería y salud en el trabajo. Ingeniería industrial)

Incluye bibliografía.

ISBN 978-958-771-489-0 -- 978-958-771-490-6 (e-book)

1. Programación lineal 2. Programación lineal - Problemas, ejercicios, etc. I. Título II. Serie

CDD: 519.72 ed. 23

CO-BoBN- a1002035

---



**Colección:** Ingeniería y salud en el trabajo

**Área:** Ingeniería industrial

**ECOE**  
**EDICIONES**

© Humberto Guerrero Salas

© Ecoe Ediciones Ltda.

e-mail: [info@ecoeediciones.com](mailto:info@ecoeediciones.com)

[www.ecoeediciones.com](http://www.ecoeediciones.com)

Carrera 19 # 63C 32, Tel.: 248 14 49

Bogotá, Colombia

**Primera edición,** Bogotá, agosto de 2009

**Segunda edición:** Bogotá, julio de 2017

**ISBN:** 978-958-771-489-0

**e-ISBN:** 978-958-771-490-6

Dirección editorial: Angélica García Reyes

Corrección de estilo: Laura Lobatón Sanabria

Diagramación: Wilson Marulanda Muñoz

Carátula: Wilson Marulanda Muñoz

Impresión: Xpress Estudio Gráfico y digital

Carrera 69 H # 77 - 40

Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio  
sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.

---

*Impreso y hecho en Colombia - Todos los derechos reservados*

## **Dedicatoria**

A Dios,  
a mi madre Laura María Salas Reyes (Q.E.P.D.),  
a mi padre Saul Guerrero Martín.(Q.E.P.D.),  
a mi hermana María Elena Guerrero Salas (Q.E.P.D.),  
y a mis hijas Mónica Natalia y Angélica Rocío  
a mis hermanos Hernando y Libardo.



## Agradecimientos

Al terminar esta obra, me gustaría nombrar a muchas personas; lamentablemente no lo puedo hacer. Me perdonan a quienes omito.

Agradecimientos muy especiales:

- Al Ing. *Orlando De Antonio*, un gran amigo sin su apoyo y opiniones hubiera sido difícil llegar al final.
- Al Ing. *Jairo Humberto Torres Acosta*, mi maestro, colega y amigo, quien me inició en el tema de la investigación de operaciones.
- Al doctor *Jairo Correa Rodriguez* (Q.E.P.D), sus ideas fueron fundamentales en el inicio de este texto.
- Al Ing. *Wilson Hernando Soto Urrea*, sus sugerencias y recomendaciones fueron valiosas.
- A todo el equipo de trabajo de Ecoe Ediciones; ellos han hecho posible esta publicación.
- Al personal de “Software shop” quienes autorizaron el uso del paquete winqsb para la solución de ejercicios de este texto. esta empresa, distribuidor de software científico líder en latinoamérica se puede contactar en [www.software-shop.com](http://www.software-shop.com)
- A todos mis estudiantes, durante los últimos 27 años.



# [ CONTENIDO ]

<b>Prólogo</b> .....	XIII
<b>Introducción</b> .....	XV
<b>Capítulo 1. Introducción a la programación lineal</b> .....	1
1.1. Generalidades .....	3
1.2. Ejemplo prototipo .....	3
1.3. Modelo general de programación lineal .....	5
1.3.1. Forma estándar del modelo de programación lineal .....	5
1.3.2. Forma matricial del modelo de programación lineal.....	6
1.3.3. Forma sumatoria.....	8
1.3.4. Forma Canónica del modelo de programación lineal.....	8
1.4. Otras formas del modelo.....	9
1.5. Procedimiento para la construcción de modelos.....	9
1.6. Reglas de equivalencia .....	11
1.7. Suposiciones de la programación lineal .....	14
<b>Capítulo 2. Planteamiento de modelos de programación lineal</b> .....	17
2.1. Aplicaciones en producción.....	19
2.2. Aplicaciones en dietas.....	27
2.3. Aplicaciones de mezcla.....	29
2.4. Aplicaciones en distribución .....	35
2.5. Aplicaciones en asignación .....	41
2.6. Aplicaciones en comercialización .....	47
2.7. Aplicaciones en publicidad .....	48
2.8. Aplicaciones en el medio ambiente.....	50
2.9. Aplicaciones agrícolas.....	52
2.10. Aplicaciones financieras .....	53
Problemas propuestos.....	58
<b>Capítulo 3. Programación lineal: método gráfico</b> .....	73
3.1. Problemas de maximización.....	75
3.1.1 Solución única .....	75
3.1.2. Solución óptima múltiple.....	80
3.1.3. Solución no acotada.....	84

3.1.4. Problema sin solución .....	86
3.2 Problemas de minimización .....	89
3.2.1 Solución única .....	89
3.2.2. Solución óptima múltiple.....	92
3.2.3. Solución no acotada.....	96
3.2.4. Problema sin solución .....	98
3.2.5. Solución degenerada.....	100
3.2.6. Restricciones de igualdad .....	103
Problemas propuestos.....	106
<b>Capítulo 4. Programación lineal: método simplex .....</b>	<b>121</b>
4.1 Problemas de maximización.....	124
4.1.1 Solución única .....	124
4.1.2 Solución óptima múltiple.....	130
4.1.3. Solución no acotada.....	132
4.1.4. Problema sin solución .....	135
4.2. Problemas de minimización .....	136
4.2.1. Solución única .....	136
4.2.2. Solución óptima múltiple.....	139
4.2.3. Solución no acotada.....	142
4.2.4. Problema sin solución .....	143
4.2.5. Solución degenerada.....	146
4.2.6. Restricciones de igualdad .....	148
Problemas propuestos.....	152
<b>Capítulo 5. Programación lineal: métodos especiales .....</b>	<b>165</b>
5.1. Método de doble fase.....	167
5.2. Método dual simplex .....	177
Problemas propuestos.....	183
<b>Capítulo 6. Programación lineal: dualidad .....</b>	<b>197</b>
6.1. Problemas de maximización.....	201
6.1.1. Solución única .....	201
6.1.2. Solución óptima múltiple.....	205
6.1.3. Solución no acotada.....	208
6.1.4. Problema sin solución .....	210
6.2. Problemas de minimización .....	212
6.2.1. Solución única .....	212
6.2.2. Solución óptima múltiple.....	216
6.2.3. Solución no acotada.....	218
6.2.4. Problema sin solución .....	221
6.2.5. Solución degenerada.....	223

6.2.6. Restricciones de igualdad .....	226
6.3 Interpretación económica de la dualidad .....	229
Problemas propuestos.....	230
<b>Capítulo 7. Programación lineal: análisis de sensibilidad.....</b>	<b>245</b>
7.1. Cambio en la disponibilidad de recursos (Vector b).....	250
7.2. Cambio en precios o costos unitarios (Vector c) .....	253
7.3. Cambio en la asignación unitaria de recursos (matriz A o vectores $a_j$ ).....	255
7.4. Nuevas restricciones .....	258
7.5. Nuevos productos o actividades.....	263
Problemas propuestos.....	267
<b>Capítulo 8. Transporte, transbordo y asignación.....</b>	<b>269</b>
8.1 El modelo del transporte.....	271
8.1.1. Estructura general.....	271
8.1.2 Primera solución básica factible .....	272
8.1.3. Solución óptima .....	284
8.2 El modelo del transbordo.....	291
8.3. El modelo de asignación .....	298
Problemas propuestos.....	303
<b>Capítulo 9. Programación lineal entera .....</b>	<b>307</b>
9.1 Método gráfico.....	309
9.2 Método simplex.....	311
Problemas propuestos.....	325
<b>Respuestas de problemas propuestos.....</b>	<b>331</b>
<b>Bibliografía .....</b>	<b>347</b>



Al final del libro está ubicado el código para que pueda acceder al **Sistema de Información en Línea – SIL**, donde encontrará un archivo complementario a la lectura del libro sobre solución de problemas con WINQSB, el cual le será de gran ayuda para profundizar la temática establecida.



# PRÓLOGO

Al recibir del *Ing. Humberto Guerrero Salas*, la invitación para revisar el texto que en este momento tiene el lector en sus manos, mi primera impresión, fue que se trataba de un libro más de los muchos que actualmente se encuentran en el mercado.

Sin embargo, al adentrarme en una lectura rigurosa del mismo me causó gran curiosidad como el *Ing. Guerrero*, abordó los temas de una manera realmente extraordinaria, ya que el rigor pedagógico y didáctico con el que esta construido da un nuevo enfoque de la verdadera utilización de la investigación de operaciones, en especial de la programación, lineal, hoy en día. Empezando, por la descripción y formulación detallada en los primeros capítulos, sobre cómo realizar un óptimo planteamiento de un problema ingenieril, lo cual brinda al estudiante una motivación y herramientas sin precedentes para la utilización eficaz de las matemáticas como un instrumento práctico de la Ingeniería, que no poseen en otros textos avanzados de programación lineal.

Al continuar en los capítulos posteriores, el estudiante ya consolidado en el planteamiento de problemas, se encontrará con una metodología eficaz e innovadora en la resolución de los problemas e interpretación adecuada de las soluciones, producto de la experiencia y las investigaciones que el *Ing. Guerrero* ha realizado en su trayectoria profesional; siendo así, un texto ágil e innovador en el desarrollo de soluciones óptimas a partir del análisis de sensibilidad, permitiendo que el estudiante al reemplazar algunos de los parámetros mas significativos puede replantear un problema, sin tener que remitirse necesariamente al principio.

Por último, sólo espero que el presente texto sea aprovechado al máximo, por el futuro profesional, como un texto dinamizador e integrador de los procesos de optimización, un texto que de seguro se convertirá en el ámbito ingenieril de necesaria consulta.

*Ing. Magíster. Doctorando Wilson Hernando Soto Urrea*



# [ INTRODUCCIÓN ]

Desde la década de los ochenta cuando inicié mis estudios ingenieriles, tuve una pasión por la ciencias exactas en especial las matemáticas, pero a medida que avanzaba en mis estudios universitarios descubrí ciertas falencias en el aprendizaje de las matemáticas aplicadas; de ahí que mi propósito desde hace años, como docente de ingeniería en varias universidades del país, ha sido elaborar un libro con una didáctica y una pedagogía innovadora, que le permita al estudiante pasar los obstáculos que se presentan en su aprendizaje matemático con mayor facilidad y, además, con aplicaciones prácticas y de diario vivir en la ingeniería. Este libro nace de mi larga experiencia como docente de *Investigación de Operaciones*.

La investigación de operaciones inicia con la argumentación de la programación lineal. Consulté, leí y estudié un sin número de textos (todos muy buenos) referentes al tema, pero nunca quede satisfecho por la forma en que se abordaban los temas y especialmente las explicaciones, además quedaban muchas dudas sin resolver, que no me permitían profundizar cómo yo quería en el tema. Este hecho generó en mí la inquietud de querer escribir un texto que hiciera claridad en las explicaciones y procesos, para obtener un resultado óptimo que se ajuste a las verdaderas necesidades de la ingeniería en la sociedad de hoy. Resultado que necesariamente debe ser interpretado a la luz de las aplicaciones y no en términos de variables. Es posible que este último acontecimiento sea lo más motivante en la realización del presente texto, ya que primordialmente se hace énfasis en la generación o construcción de un modelo matemático a partir de una formulación

y no lo que generalmente se hace, dar una función objetivo con unas restricciones para aplicar un algoritmo de solución. Es por esto que a través de todo el texto se tiene en cuenta la formulación del problema, la construcción del modelo matemático, la obtención de una solución óptima aplicando un procedimiento establecido dentro del texto, para finalmente realizar una interpretación práctica de la solución óptima.

En esta segunda edición se han corregido algunos errores de transcripción y redacción; además, se ha agregado el capítulo de programación entera. Por esto, en esta nueva edición el texto se divide en 9 capítulos, los cuales llevan una secuencia lógica en el desarrollo y avance en la adquisición de los conocimientos. Estos capítulos se resumen de la siguiente manera:

- **Capítulo 1.** Hace referencia a todas las generalidades de la programación lineal entre las cuales se mencionan los pasos para construir un modelo matemático, reglas de equivalencia, estructura general del modelo y usos de la programación lineal.
- **Capítulo 2.** Se avanza hacia el tema de la construcción de modelos a partir de una formulación teniendo en cuenta diferentes aplicaciones en producción, mezclas y distribución, entre otros.
- **Capítulo 3.** Se trata paso a paso el método de solución gráfica de problemas de programación lineal, con su correspondiente formulación de las aplicaciones e interpretación de las respuestas.
- **Capítulo 4.** Se da un paso adelante a la aplicación del método simplex, teniendo en cuenta nuevamente la formulación e interpretación. Dentro de estas interpretaciones se realizan aplicaciones en cuanto a las diferentes respuestas que se pueden presentar tales como: solución única, solución múltiple, solución no acotada, no solución y solución degenerada.
- **Capítulo 5.** En este capítulo se presentan dos métodos alternativos de solución: método de doble fase y método dual simplex, con su correspondiente procedimiento e interpretación de las soluciones.
- **Capítulo 6.** Se aborda el tema de la dualidad en sus diferentes alternativas de solución, realizando comparación con las soluciones obtenidas a través del método simplex.
- **Capítulo 7.** Para este capítulo se pasa al análisis pos óptimo de las soluciones. Se realizan aplicaciones de cambio en la disponibilidad de los recursos, cambio en costos o precios unitarios, cambio en recursos tecnológicos, nuevas restricciones y nuevos productos. En cada tipo de modificación se realizan ejemplificaciones de cuando se presenta cambio en la solución óptima y cuando no se presenta cambio en la misma.
- **Capítulo 8.** Se abordan los problemas de transporte, asignación y trasbordo; realizando la formulación, la primera solución básica factible y el avance ha-

cia la óptimalidad, con su correspondiente procedimiento e interpretación de la solución.

- **Capítulo 9.** Este es el valor agregado de la nueva edición. Aquí se presenta en forma gráfica y con el método simplex la solución de problemas de programación entera.

Al final del texto, en el apéndice, se ha colocado la solución de algunos ejercicios seleccionados. Además, se cuenta con el complemento virtual en donde se le da el manejo y solución de los problemas con el paquete WINQSB.

Vale la pena mencionar que este texto por su estructura es muy sencillo de comprender, pero se requiere, obviamente, de conocimientos elementales de matemáticas y álgebra lineal (matemáticas primitivas). Además, el texto puede ser básico no sólo para ingeniería, sino también para cualquier profesión que esté interesada en el tema.

Para terminar, quiero agradecer a todas las personas que deseen colaborar con el mejoramiento de este texto enviando sus sugerencias a:

azhguerrero@yahoo.com.mx

sigma\_humberto\_guerrero@yahoo.com.mx

**El autor**



## CAPÍTULO 1

# INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN LINEAL

### ***Presentación***

Se establece el proceso lógico que se debe llevar para el correcto planteamiento del modelo matemático de problemas de programación lineal y reglas de equivalencia de la función objetivo y las restricciones de un modelo de programación lineal; además de las formas generales del modelo de programación lineal y sus suposiciones.

### ***Objetivo general***

Al finalizar el capítulo el estudiante debe estar en capacidad de identificar un problema de programación lineal.

### ***Objetivos específicos***

- Conocer las diferentes formas generales del modelo de programación lineal.
- Identificar variables
- Aplicar las reglas de equivalencia.
- Identificar parámetros.

### ***Competencias***

El estudiante aprenderá a identificar las diferentes formas de modelo de programación lineal, los procesos en los cuales pueda aplicar la programación lineal y seguir el procedimiento de obtención del modelo matemático de programación lineal.

### ***Indicadores de logro***

El estudiante deberá manejar los conceptos de planteamiento e identificación de variables, identificación de parámetros y aplicaciones de la programación lineal; así como el manejo de las reglas de equivalencia.

### ***Conocimientos previos***

- Manejo de ecuaciones lineales simultáneas.
- Conocimiento de propiedades de las desigualdades.
- Concepto de máximos y mínimos.



## 1.1. Generalidades

La programación lineal es básicamente la lucha o disputa de una cantidad de actividades (productos) por unos recursos de carácter limitado, de tal forma que se obtenga un máximo de rendimiento.

Cuando se hace referencia a rendimiento, se está hablando de la optimización del sistema que puede ser de dos formas así:

- Maximización, cuando lo que se persigue es el máximo de utilidad o ingreso.
- Minimización, cuando se persigue un mínimo de costos o egresos de una empresa.

La programación lineal es una de las técnicas más útiles de la investigación de operaciones en una amplia gama de problemas empresariales, tales como: económicos, industriales, financieros, productivos, hospitalarios, etc.

Para visualizar mejor lo anterior se utiliza el siguiente ejemplo:

## 1.2. Ejemplo prototipo

Una fábrica de muebles produce sillas, mesas y escritorios para los cuales ha establecido que rinden una contribución a las utilidades de \$5.000, \$8.000 y \$6.000 por unidad respectivamente.

Para la producción de dichos artículos la compañía cuenta con una disponibilidad semanal de 100 metros de madera, 150 metros de tubo y 120 horas de mano de obra (horas-hombre).

Además, mediante un estudio se ha determinado que para producir una silla se requieren 5 metros de madera, 3 metros de tubo y 4 horas de mano de obra; para producir una mesa se necesitan 3 metros de madera, 6 metros de tubo y 3 horas hombre de trabajo; mientras que para producir un escritorio se requieren 7 metros de madera, 4 metros de tubo y 3 horas de mano de obra.

Se desea plantear el modelo de programación lineal que se genera a fin de incrementar al máximo las utilidades de la compañía.

### *Análisis de la información*

La información paramétrica que ofrece el modelo es la utilidad de cada uno de los artículos, los recursos disponibles y el consumo de cada recurso por cada unidad producida.

Por lo tanto hay que determinar qué cantidad de cada uno de los artículos se debe fabricar a fin de conseguir el máximo de utilidad la empresa. Esta cantidad se representa por medio de variables.

En resumen la información se puede presentar como se realiza en el siguiente cuadro:

Recurso	Producto			Disponible Semanal
	Silla	Mesa	Escritorio	
Madera	5 m	3 m	7 m	100 metros
Tubo	3 m	6 m	4 m	150 metros
Mano obra	4 m	3 m	3 m	120 horas
Utilidad/ud	\$5000	\$8000	\$6000	
Variable	$X_1$	$X_2$	$X_3$	

En donde las variables se definen de la siguiente forma:

$X_1$  = cantidad de sillas a producir por semana.

$X_2$  = cantidad de mesas a producir por semana.

$X_3$  = cantidad de escritorios a producir por semana.

Teniendo en cuenta lo dicho anteriormente, el objetivo es incrementar al máximo posible la utilidad total de la compañía, la cual está representada por la siguiente función lineal:

$5000X_1 + 8000X_2 + 6000X_3$  a esta ecuación se le denomina función objetivo.

La anterior función debe ser maximizada teniendo en cuenta que los recursos, madera, tubo y mano de obra, son de carácter limitado y no se puede utilizar más de su disponibilidad así:

$$5X_1 + 3X_2 + 7X_3 \leq 100 \text{ metros. Restricción para la madera.}$$

$$3X_1 + 6X_2 + 4X_3 \leq 150 \text{ metros. Restricción para el tubo.}$$

$$4X_1 + 3X_2 + 3X_3 \leq 120 \text{ horas. Restricción para la mano de obra.}$$

Las anteriores inecuaciones se denominan restricciones funcionales del problema.

Por lógica, y sin haber estudiado demasiado, se sabe que no se pueden producir cantidades negativas, entonces todas las variables del problema se deben restringir a valores no negativos así:

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0 \text{ estas son las llamadas restricciones de no negatividad.}$$

En resumen, si se denota a la utilidad como  $Z$  el modelo matemático de programación lineal queda como se muestra a continuación:

$$\text{Máx } Z = 5000X_1 + 8000X_2 + 6000X_3$$

Sujeto a:

$$5X_1 + 3X_2 + 7X_3 \leq 100 \text{ metros de madera.}$$

$$3X_1 + 6X_2 + 4X_3 \leq 150 \text{ metros de tubo.}$$

$$4X_1 + 3X_2 + 3X_3 \leq 120 \text{ horas de mano de obra.}$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

### 1.3. Modelo general de programación lineal

Generalizando, si se tienen  $n$  productos o actividades y  $m$  recursos disponibles el problema se transforma en:

Recurso	Producto					$b_i$
	1	2	3	.....	n	Disponible
1	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	.....	$a_{1n}$	$b_1$
2	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	.....	$a_{2n}$	$b_2$
3	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	.....	$a_{3n}$	$b_3$
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
M	$a_{m1}$	$a_{m2}$	$a_{m3}$	.....	$a_{mn}$	$b_m$
$C_j$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	.....	$C_n$	
$X_j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	.....	$x_n$	

Donde en forma generalizada se define lo siguiente:

$b_i$  = cantidad disponible del recurso  $i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, m$ )

$c_j$  = costo o precio unitario del producto o actividad  $j$  ( $j = 1, 2, 3, \dots, n$ )

$X_j$  = cantidad a fabricar del artículo  $j$  ( $j = 1, 2, 3, \dots, n$ )

$a_{ij}$  = cantidad de recurso  $i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, m$ ) necesario para fabricar una unidad del artículo  $j$  ( $j = 1, 2, 3, \dots, n$ )

#### 1.3.1. Forma estándar del modelo de programación lineal

Esta es la forma más conocida y trabajada del modelo de programación lineal. Su planteamiento se presenta enseguida:

$$\text{Máx}Z = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \dots + C_n X_n$$

S.A.

$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + a_{13} X_3 + \dots + a_{1n} X_n \leq b_1$$

$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + a_{23} X_3 + \dots + a_{2n} X_n \leq b_2$$

$$a_{31} X_1 + a_{32} X_2 + a_{33} X_3 + \dots + a_{3n} X_n \leq b_3$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + a_{m3} X_3 + \dots + a_{mn} X_n \leq b_m$$

$$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n \geq 0$$

### 1.3.2. Forma matricial del modelo de programación lineal

Para definir la forma matricial del modelo de programación lineal se hace necesario definir todos los vectores y matrices que en el modelo intervienen así:

**MATRIZ A:** esta matriz contiene todos los elementos de asignación unitaria de recursos. En algunos textos se denomina matriz de coeficientes tecnológicos.

$$A = \begin{Bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{Bmatrix}$$

**VECTOR X:** este vector contiene todas las variables del problema y está definido como vector columna.

$$x = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix}$$

**VECTOR b:** en este vector se involucran todas las disponibilidades de recursos o términos independientes. Está definido como un vector columna.

$$b = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_m \end{Bmatrix}$$

**VECTOR C:** en este vector fila se involucran todos los coeficientes de costo, utilidad, ingreso o precio, según sea el caso.

$$C = (C_1 \ C_2 \ C_3 \dots \ C_n)$$

**VECTOR 0:** el vector columna cero contiene tantos ceros como variables involucre el problema y garantiza las restricciones de no negatividad.

$$0 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}$$

El modelo matemático de programación lineal en su forma matricial es como se muestra a continuación:

$$\begin{array}{l} \text{Max} Z = (C_1 \ C_2 \ C_3 \dots \ C_n) \\ \text{s.a.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11} \ a_{12} \ a_{13} \ \dots \ a_{1n} \\ a_{21} \ a_{22} \ a_{23} \ \dots \ a_{2n} \\ a_{31} \ a_{32} \ a_{33} \ \dots \ a_{3n} \\ \vdots \ \vdots \ \vdots \ \dots \ \vdots \\ a_{m1} \ a_{m2} \ a_{m3} \ \dots \ a_{mn} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{array} \right\} \leq \left\{ \begin{array}{l} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_m \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{array} \right\} \geq \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\}$$

### 1.3.3. Forma sumatorial

El modelo matemático de programación lineal utilizando sumatorias es como se muestra a continuación:

$$\begin{array}{l} \text{Max} Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \\ \text{s.a.} \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq b_i \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, m \\ X_j \geq 0 \quad \forall j = 1, 2, 3, \dots, n \end{array}$$

### 1.3.4. Forma Canónica del modelo de programación lineal

La forma canónica del modelo matemático de programación lineal, es tal vez la más simple como se encuentra este modelo y con base en ésta es como se desarrollan todas sus demostraciones.

Su forma es la siguiente:

$$\text{Max}Z = CX$$

*s.a.*

$$AX \leq b$$

$$X \geq 0$$

## 1.4. Otras formas del modelo

El lector puede observar que se ha utilizado en todas las formas una función objetivo de maximización y las restricciones funcionales son del tipo menor o igual que. Esto no indica que siempre es así, eso depende de la formulación del problema y puede incluir lo siguiente:

- La función objetivo puede ser de minimización.
- Las restricciones pueden ser del tipo mayor o igual.
- Las restricciones pueden ser de igualdad estrictamente.

Esto se podrá observar cuando se llegue al capítulo de métodos de solución.

## 1.5. Procedimiento para la construcción de modelos

Con base en lo escrito hasta acá y la experiencia del autor se recomiendan seguir estos pasos para la construcción de modelos matemáticos (no se nombra sólo hasta la construcción del modelo, sino además, hasta la implantación):

### *PASO 1: Formulación del modelo*

A esto es lo que el autor llama literatura del problema, aquí se debe estructurar toda la información de parámetros y variables y la interacción entre ellas.

### *PASO 2. Análisis de la información*

En este paso se debe realizar minuciosamente el análisis de cada parámetro del modelo y cómo influye en él; además, de permitir una visualización de lo que se quiere conseguir (objetivo) y definir a grandes rasgos las limitantes del sistema.

### *PASO 3. Definición de variables*

Este es tal vez el paso más importante, pues si la variable queda mal definida; la solución del problema arrojará malos resultados, conllevando a malas decisiones. Aquí se debe establecer qué se desea conocer (en matemáticas, incógnitas), para lograr la solución de un problema en particular.

# PROGRAMACIÓN LINEAL APLICADA

Esta nueva edición de *Programación lineal aplicada* brinda las herramientas, procedimientos y técnicas para resolver todo tipo de problemas de programación lineal, haciendo énfasis en la explicación paso a paso de cada uno de los métodos y las aplicaciones en los diferentes campos de las empresas.

También se resalta la interpretación de los resultados y la toma de decisiones en los diferentes ámbitos de la vida empresarial. Además, el aporte de esta nueva edición es la creación del capítulo de programación lineal entera, la cual está resuelta tanto con el método gráfico como con el método simplex.

Información dirigida a estudiantes de Ingeniería Industrial, Ingeniería de Sistemas, Administración de Empresas, Economía y toda otra profesión que tenga dentro de sus contenidos modelos de optimización lineal, también a responsables de las empresas que emplean la investigación de operaciones como técnica para el mejoramiento de la toma de decisiones.

**Colección:** Ingeniería y salud en el trabajo

**Área:** Ingeniería industrial

**ECOE**  
EDICIONES

[www.ecoediciones.com](http://www.ecoediciones.com)

## Incluye

- ▶ Diferentes aplicaciones empresariales de la programación lineal con métodos de solución gráfica, simplex, doble fase y dual simplex.
- ▶ Análisis y manejo de la teoría de dualidad.
- ▶ Análisis de sensibilidad para los cambios en los parámetros.
- ▶ Modelo del transporte, asignación y trasbordo.
- ▶ Solución gráfica y método simplex en problemas de programación entera.

### Humberto Guerrero Salas

Humberto Guerrero Salas nació en Bogotá (Colombia) el 10 de agosto de 1963. Ingeniero industrial de la Universidad Antonio Nariño y Especialista en Gerencia de Producción. Con magister en Ingeniería Industrial en la Universidad Distrital. En los últimos 27 años se ha destacado como profesor de investigación de operaciones y producción en la Universidad Antonio Nariño, Universidad de San Buenaventura, Pontificia Universidad Javeriana, Universidad Externado de Colombia, Universidad libre de Colombia, Universidad Distrital, Universidad de Cundinamarca, Universidad Cooperativa de Colombia y Universidad Incca de Colombia.

ISBN 978-958-771-489-0



e-ISBN 978-958-771-490-6